Таким образом, уравнение (1) можно рассматривать в соответствующем пространстве $L_{2,\rho}(a,b)$ и эффективно применять для его решения известные прямые методы.

В работе проведено обоснование таких прямых методов, как: полиномиальные и сплайновые методы Галеркина, подобластей, коллокации и метод механических квадратур. В частности, оценка погрешности приближенных решений по сравнению с точным решением уравнения (1) в метрике пространства $L_{2,\rho}(a,b)$ дана в универсальных терминах теории приближений.

Следует отметить, что исследование указанных методов для уравнения (1) с ядрами (2) и (3) можно проводить и в традиционном пространстве $L_1(a,b)$ суммируемых по Лебегу функций (в случае ядра (2) также и в пространстве $C[a,b]$ непрерывных функций). Однако тогда приходится накладывать жесткие условия на функцию $\overline{h}(t,s)$; в частности, она не может иметь подвижных интегрируемых особенностей.

Г. А. Акишев

Караганда, akishev@ksu.kz

ОБ ОЦЕНКАХ M-ЧЛЕННОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВАХ С АНИЗОТРОПНЫМИ НОРМАМИ

Пусть $\bar{p} = (p_1,\dots,p_m)$, $\bar{\theta} = (\theta_1,\dots,\theta_m)$, $p_j,\theta_j \in [1,\infty)$, $j = 1,2,\dots,m$, $L^*_{\bar{p},\bar{\theta}}(I^m)$ — пространство Лоренца с анизотропной метрикой всех 2π-периодических функций (см. [1]). Положим

$$\delta_{\overline{s}}(f,\overline{x}) = \sum_{\overline{n}\in\rho(\overline{s})} a_{\overline{n}}(f)\, e^{i\langle\overline{n},\overline{x}\rangle},$$

$\rho(\bar{s})$ — множество всех $\overline{k}=(k_1,\ldots,k_m)\in Z^m: 2^{s_j-1}\leqslant|k_j|<2^{s_j}$, $j=1,\ldots,m$. Рассмотрим класс Бесова $B^{\overline{r}}_{\overline{p},\overline{\theta},\overline{\tau}}$ — множество функций $f\in L^*_{\overline{p},\overline{\theta}}(I^m)$, для которых

$$\left\|\left\{2^{\langle\bar{s},\bar{r}\rangle}\|\delta_{\bar{s}}(f)\|_{\overline{p},\overline{\theta}}\right\}\right\|_{l_{\bar{\tau}}}\leqslant 1,$$

где $\bar{\tau}=(\tau_1,\ldots,\tau_m)$, $\bar{r}=(r_1,\ldots,r_m)$, $r_j>0$, $1\leqslant\tau_j<+\infty$, $j=1,\ldots,m$.

Для функции $f\in L_{\bar{p},\bar{\theta}}(I^m)$ через $e_M(f)_{\bar{p},\bar{\theta}}$ обозначим наилучшее M-членное приближение и положим

$$e_M(F)_{\bar{p},\bar{\theta}}=\sup_{f\in F}e_M(f)_{\bar{p},\bar{\theta}}.$$

Порядки M-членного приближения функций из различных классов исследовали Р. С. Исмагилов, Б. С. Кашин, В. Е. Майоров, Э. С. Белинский, Р. Девор, В. Н. Темляков, А. С. Романюк, А. И. Степанец, Д. Б. Базарханов. В докладе будут представлены результаты об оценках M-членного приближения ортопоперечников функций из класса Никольского, Бесова. В частности, справедлива

Теорема. *Пусть* $1\leqslant p_j\leqslant 2<q_j$, $j=1,\ldots,m$, $1\leqslant\tau_j,\theta_j<+\infty$,

$$0<r_1+\frac{1}{q_1}-\frac{1}{p_1}=\cdots=r_\nu+\frac{1}{q_\nu}-\frac{1}{p_\nu}<\\ <r_{\nu+1}+\frac{1}{q_{\nu+1}}-\frac{1}{p_{\nu+1}}\leqslant\cdots\leqslant r_m+\frac{1}{q_m}-\frac{1}{p_m}.$$

Если $r_j=1/p_j$, $j=1,\ldots,m$, *то*

$$e_M\left(B^{\bar{r}}_{\bar{p},\bar{\theta},\bar{\tau}}\right)_{\bar{q},\bar{\theta}}\asymp M^{-1/2}(\ln M)^{\sum\limits_{j=1}^{m}\left(1-\frac{1}{\tau_j}\right)}.$$

Если

$$\frac{1}{p_j}-\frac{1}{q_j}<r_j<\frac{1}{p_j},\quad\theta_j<\tau_j,\quad 2<\tau_j,\quad j=1,\ldots,m,$$

$$(r_1 - \frac{1}{p_1})\frac{1}{q_j} < (r_j - \frac{1}{p_j})\frac{1}{q_1}, \quad j = \nu+1, \ldots, m,$$

то

$$e_M\left(B^{\bar{r}}_{\bar{p},\bar{\theta},\bar{\tau}}\right)_{\bar{q},\bar{\theta}} \asymp M^{-\frac{q_1}{2}\left(r_1+\frac{1}{q_1}-\frac{1}{p_1}\right)} \times$$

$$\times (\ln M)^{q_1\left(r_1-\frac{1}{p_1}\right)\sum\limits_{j=2}^{\nu}\left(1-\frac{1}{\theta_j}\right)+\sum\limits_{j=2}^{\nu}\left(1-\frac{1}{\tau_j}\right)}.$$

Случай $r_j > \frac{1}{p_j}$, $j = 1, \ldots, m$, рассмотрен в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Нурсултанов Е. Д. *Интерполяционные теоремы для анизотропных функциональных пространств и их приложения* // Докл. РАН. – 2004. – Т. 394. – № 1. – С. 22–25.

2. Акишев Г. А. *Об оценках наилучшего М-членного приближения функций классов Бесова* // Совр. методы теор. функ. и смежн. проблемы. – Воронеж, 2009. – С. 9–10.

Г. А. Акишев, Г. Д. Суттибаева

Караганда, akishev@ksu.kz

О ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИЙ СРЕДНИМИ ЧЕЗАРО С ПЕРЕМЕННЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Пусть $1 \leqslant p < +\infty$, L_p — пространство всех измеримых по Лебегу 2π-периодических функций f с нормой

$$\|f\|_p = \left\{\int_0^{2\pi} |f(x)|^p dx\right\}^{\frac{1}{p}},$$

$E_n(f)_p$ — наилучшее приближение функции $f \in L_p$ тригонометрическими полиномами порядка не выше n.